

22.10 Чётность

1. Четной или нечетной будет сумма двух четных чисел? А трех нечетных?
2. Сложили пять натуральных чисел. Получили 2021. Сколько среди них может быть нечётных? А если чисел 2021?
3. Маша говорит, что знает четыре числа, сумма и произведение которых – нечетные числа. Права ли Маша?
4. Андрей купил в магазине 20 тетрадей, 2 альбома для рисования, несколько карандашей по 6 р. 20 коп. и несколько ластиков по 4 рубля. Ему сказали, что в кассу следует уплатить 55 рублей 65 копеек. Андрей попросил пересчитать стоимость покупки и ошибка была устранена. Как Андрей догадался, что она была допущена?
5. По кругу сцепили несколько шестеренок. Смогут ли они вращаться, если их было: а) двенадцать; б) тринадцать?
6. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могли ли получить 20 212 021 ?
7. Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить четыре одинаковых числа?
8. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?
9. На доске написано равенство: $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 20$. Можно ли поставить знаки + и - между числами таким образом, чтобы равенство оказалось верным?
10. На доске написаны в строку 2025 целых чисел. Доказать, что одно из них можно стереть, и сумма оставшихся чисел будет чётной. Верно ли это утверждение для 2024 чисел?
11. Конь вышел из поля $a1$ сделал несколько ходов и вернулся в то же место. Докажите, что он сделал чётное количество ходов.
12. Котёнок Симба ежедневно съедает на 1 подушечку корма больше, чем в предыдущий день. Мог ли он за 10 дней съесть 1000 подушечек корма?
13. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
14. Восемь кустов малины растут в ряд. Известно, что число ягод, растущих на любых двух соседних кустах, отличается на 1. Может ли общее количество ягод равняться 2005?
15. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше). б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?
16. Поставьте в клетках таблицы размером 4×4 десять минусов так, чтобы в каждой строке оказалось четное число минусов, а в каждом столбце – нечетное.
17. Тарас Павлович написал на доске 50 целых чисел. Яша заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Чётна или нечётна сумма всех чисел?