

18 Февраля | Делимость

1. Найдите все делители числа 36.
2. а) Докажите, что число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2. б) Выведите признак делимости на 4, связанный с двумя последними цифрами. в) Выведите признак делимости на 8, связанный с тремя последними цифрами.
3. Делится ли число 32561698 на 12?
4. Подряд без пробелов выписали все чётные числа от 12 до 34. Получилось число 121416182022242628303234. Делится ли оно на 24?
5. Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?
6. Петя заметил, что если из числа вычесть сумму его цифр, то получится число, кратное 9. а) Докажите этот факт. б) Сформулируйте на его основе признаки делимости на 9 и на 3.
7. Вася нашёл число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$, затем сложил в этом числе все цифры. Получилось новое число, в котором он опять сложил все цифры, и так далее, пока не получилось однозначное число. Какое?
8. а) Разряды числа занумеровали по порядку справа налево (первый – разряд единиц, второй – разряд десятков и т.д.). После этого к числу прибавили сумму цифр в чётных разрядах и вычли сумму цифр в нечётных разрядах. Докажите, что полученное число делится на 11. б) Сформулируйте признак делимости на 11.
9. (олимпиада ФМО 2022) Дано десятизначное число, в записи которого нет цифры 0. Докажите, что в записи этого числа можно зачеркнуть несколько цифр так, чтобы полученное в результате число делилось без остатка на 11. Объясните решение.
10. а) Докажите признак делимости на 5. б) Докажите признак делимости на 25.
11. Найдите наименьшее число, запись которого состоит лишь из нулей и единиц, делящееся на 225.
12. Запишем подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789. Простое оно или составное? Изменится ли ответ в задаче, если каким-то образом поменять порядок цифр в этом числе?
13. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
14. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а сам код делится и на 3, и на 4. Какой код может открывать сейф?
15. Замените звездочки в записи числа 72^*4^* цифрами так, чтобы это число делилось на 45. Укажите все возможные варианты!
16. После перестановки цифр число уменьшилось втрое. Докажите, что исходное число делится на 27.