

28.10 Чётность

1. Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить четыре одинаковых числа?
2. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?
3. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
4. Квадратная комната разделена на 25 одинаковых квадратных клеток (5×5). В центре каждой клетки сидит человек. По команде все они должны одновременно перейти в одну из соседних по стороне клеток (влево, вправо, вперед, назад). Докажите, что после этого хотя бы одна клетка окажется пустой.
5. Конь вышел из поля $a1$ сделал несколько ходов и вернулся в то же место. Докажите, что он сделал чётное количество ходов.
6. Котёнок Симба ежедневно съедает на 1 подушечку корма больше, чем в предыдущий день. Мог ли он за 10 дней съесть 1000 подушечек корма?
7. Восемь кустов малины растут в ряд. Известно, что число ягод, растущих на любых двух соседних кустах, отличается на 1. Может ли общее количество ягод равняться 2005?
8. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше). б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?
9. Поставьте в клетках таблицы размером 4×4 десять минусов так, чтобы в каждой строке оказалось четное число минусов, а в каждом столбце – нечетное.
10. Тарас Павлович написал на доске 50 целых чисел. Яша заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Чётна или нечётна сумма всех чисел?