

24.03 Различные олимпиадные задачи

1. В шести коробочках находится по шарiku. На трёх коробочках написано “красный”, на двух – “синий” и на одной – “зелёный”. В коробочках действительно три красных, два синих и один зелёный шарик, но ни одна надпись не соответствует действительности. Какое наименьшее количество коробочек нужно открыть (и какие), чтобы точно знать где какой шарик?
2. В последовательности 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, ... каждое следующее число – это последняя цифра произведения двух предыдущих цифр. Какая цифра стоит на 2019-ом месте?
3. В ребусе БОРИС + ИРИНА = ♥ все буквы заменили цифрами (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, разные – разными). Оказалось, что гласные заменены чётными цифрами, а согласные нечётными. Какое наибольшее значение может принимать ♥?
4. На ветке дерева весной выросли листья. Когда пришла осень, в один день половина листьев пожелтела, а ночью половина жёлтых листьев опала. На второй день всё повторилось: днём половина оставшихся зелёными листьев пожелтела, а ночью половина всех жёлтых листьев облетела. Так продолжалось несколько дней. К вечеру пятого дня остался 1 зелёный лист. А сколько жёлтых листьев осталось висеть к вечеру пятого дня?
5. Ирина выписала несколько различных чисел, каждое из них не более 30. Среди любых трёх из выписанных чисел найдётся чётное, а среди любых четырёх чисел найдётся число, кратное трём. Какое наибольшее количество чисел могла выписать Ирина?
6. В квадрат 4×4 вписаны цифры. Андрюша заметил, что в каждом домино (то есть в двух соседних по сторонам клетках) сумма цифр или меньше 5 или не меньше 14. Докажите, что какая-то цифра встречается не менее четырёх раз.
7. У Васи есть по 4 карточки с цифрами 1, 3, 5 и 7. Вася составил из них четыре четырёхзначных числа. Он сложил эти числа и получил сумму X . Оказалось, что в числе X одна цифра чётная, а остальные нечётные. Найдите сумму цифр числа X .
8. В пещере гномов Казад-Дум можно найти алмазы, рубины, изумруды и каменный уголь. Как-то раз после рабочего дня Балин заявил, что нашёл два алмаза. Дори сказал, что Балин нашёл алмаз и рубин, а Глоин сказал, что Балин нашёл изумруд и алмаз. Какие камни нашёл Балин, если они точно разные, а каждый из гномов правильно назвал только один камень?
9. У Алёны есть часы с циферблатом и двумя стрелками – часовой и минутной. В новый год, ровно в полночь, часы сломались. Когда обе стрелки встречаются, они зацепляются друг за друга, и следующие пять минут минутная стрелка тащит часовую (то есть часовая перемещается со скоростью минутной), после чего стрелки снова расходятся и до следующей встречи идут с обычными скоростями. Найдите ближайший после Нового года момент, когда часы будут показывать правильное время. Ответ дайте с точностью до пяти минут (например, “между 7:35 и 7:40”).