

13 Февраля | Делимость I

1. Найдите все делители числа 36.
2. а) Докажите, что число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2. б) Выведите признак делимости на 4, связанный с двумя последними цифрами.
3. Петя заметил, что если из числа вычесть сумму его цифр, то получится число, кратное 9. а) Докажите этот факт. б) Сформулируйте на его основе признаки делимости на 9 и на 3.
4. Вася нашёл число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$, затем сложил в этом числе все цифры. Получилось новое число, в котором он опять сложил все цифры, и так далее, пока не получилось однозначное число. Какое?
5. а) Разряды числа занумеровали по порядку справа налево (первый – разряд единиц, второй – разряд десятков и т.д.). После этого к числу прибавили сумму цифр в чётных разрядах и вычли сумму цифр в нечётных разрядах. Докажите, что полученное число делится на 11. б) Сформулируйте признак делимости на 11.
6. (олимпиада ФМО 2022) Дано десятизначное число, в записи которого нет цифры 0. Докажите, что в записи этого числа можно зачеркнуть несколько цифр так, чтобы полученное в результате число делилось без остатка на 11. Объясните решение.
7. а) Докажите признак делимости на 5. б) Докажите признак делимости на 25.
8. Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?